

Sumário

Lista de Figuras	ix
Lista de Tabelas	xiii
Prefácio	xix
Agradecimentos	xxi
1 Motivação	1
1.1 Seres humanos são vagos	1
1.2 Do nítido ao fuzzy	2
1.3 O nome Fuzzy	3
1.4 Sentidos amplo e estrito	3
1.5 Separando o fuzzy da probabilidade	3
1.6 Nem sim, nem não	4
1.7 Soluções fuzzy conhecidas	4
1.8 Tipos de incertezas	4
2 Conjuntos Fuzzy	7
2.1 Conjuntos nítidos	7
2.1.1 Função característica	8
2.1.2 Operações básicas com conjuntos nítidos	9
2.1.3 Cardinalidade	10
2.2 Conjunto fuzzy	10
2.3 Visão conceitual	11
2.4 Variáveis e termos linguísticos	11
2.5 Notações para os conjuntos fuzzy	13
2.6 Operações com conjuntos fuzzy	14
2.6.1 Outras funções para máximo e mínimo	15
2.6.2 Produto cartesiano	15

2.7	Cardinalidade de conjuntos fuzzy	16
2.8	Relações entre conjuntos	16
2.9	Formato das funções de pertinência	17
2.10	Modificadores	20
2.11	Propriedades dos conjuntos fuzzy	20
2.12	Corte-alfa	20
2.13	Determinando funções de pertinência	22
2.13.1	Método intuitivo	22
2.13.2	Método horizontal	22
2.13.3	Método vertical	23
2.13.4	Outros métodos	24
2.14	Visão geométrica dos conjuntos fuzzy	24
2.14.1	Diferenciação da Probabilidade	25
2.15	O Princípio da Extensão	26
2.16	A biblioteca SciKit-Fuzzy	28
2.17	Representações computacionais de conjuntos fuzzy	28
3	Aritmética Fuzzy	33
3.1	Tipos de números fuzzy	34
3.1.1	Números fuzzy lineares	34
3.1.2	Números fuzzy gaussianos	34
3.2	Números fuzzy triangulares	35
3.2.1	Abordagem simples para operações com números fuzzy	36
3.2.2	Usando operações intervalares	36
3.2.3	Algoritmo DSW	38
3.3	Calculadoras fuzzy na Web	39
3.4	Operações aritméticas em SciKit-Fuzzy	39
4	Lógica Fuzzy	45
4.1	Introdução à Lógica Booleana	45
4.2	A Lógica Trivalorada de Łukasiewicz	46
4.2.1	A Lógica de Infinitos Valores de Łukasiewicz	48
4.3	Lógica Fuzzy	48
4.4	Proposições fuzzy	51
4.5	Modus ponens generalizado	51
4.6	Uso de funções lógicas no SciKit-Fuzzy	52
5	Sistemas de Controle Fuzzy	55
5.1	SCF são funções não lineares	56
5.2	Exemplo de SIF em Matlab	56
5.3	Matlab Fuzzy Logic Designer	57
5.4	Fuzzificação	59
5.4.1	Fuzzificação das variáveis do exemplo	59
5.5	Sistemas de regras fuzzy	60
5.5.1	Conjunto de regras do exemplo	60

5.6	Defuzzificação	61
5.6.1	Método do centroide	61
5.7	O Arquivo .FIS no Matlab	62
5.8	Estruturação dos sistemas de controle fuzzy	65
5.9	Uma Linguagem de Controle Fuzzy	65
5.10	O microcontrolador fuzzy M68HC12	67
5.11	Limitações dos sistemas fuzzy de controle	70
5.12	Controle de um helicóptero	72
6	t-normas e Outros Operadores	73
6.1	Propriedades do intervalo unitário	73
6.2	t-normas	75
6.3	t-normas mais usadas	75
6.4	Funções paramétricas para as normas	76
6.5	Funções de agregação	76
6.6	Agregações ponderadas por ordem	76
7	Avaliações de Qualidade Fuzzy	79
7.1	Qualidade	79
7.2	Qualidade de Software	79
7.3	Avaliando Qualidade de Software	80
8	Tomada de Decisão	87
8.1	Ordenando comparações par a par	87
8.1.1	Seleção de Alternativas de Terreno para Aterro Sanitário	88
8.2	Ordenação baseada em notas	89
8.3	O Modelo COPPE-COSENZA	90
8.3.1	Avaliação da oferta e demanda	90
8.3.2	O operador \otimes	90
8.3.3	A modelagem das restrições	92
8.3.4	Agregando Demanda e Restrição	92
8.3.5	Passo final	92
8.3.6	Usando o Modelo COPPE-COSENZA com uma máquina de inferência	93
9	Similaridade	95
9.1	Um modelo axiomático para computação de similaridade	96
9.2	Similaridade entre conjuntos nítidos	96
9.3	Similaridade entre vetores	97
9.4	Similaridade entre conjuntos fuzzy	97
9.5	Recuperação da Informação	97
10	Bancos de Dados Fuzzy	99
10.1	Bancos de dados relacionais	99
10.2	Abordagens existentes para BDR fuzzy	102
10.3	CLOUDS	102
10.3.1	CLOUDSSQL	103

10.3.2	Linguagem Macro de CLOUDS	107
11	Aprendizado de Máquina Fuzzy	111
11.1	O Método de Wang e Mendel	111
11.2	Wang-Mendel em Python	112
11.3	Usando Algoritmos Genéticos	115
11.3.1	Introdução aos Algoritmos Genéticos	116
11.3.2	Exemplo simples de uso dos algoritmos genéticos	118
11.3.3	Abordagem simples para geração de regras com AG	119
11.3.4	Modelos mais avançados de uso de AG para aprendizado e controle fuzzy	120
11.4	Fuzzy C-Means	121
11.5	Fuzzy C-Means em Octave	122
12	Otimização	125
12.1	Alocação de Pessoal Fuzzy	125
13	Programação em Lógica Fuzzy	127
13.1	A Linguagem Prolog	127
13.2	Prologs Fuzzy	129
13.2.1	Lógica Fuzzy muito simples em Prolog	129
13.2.2	O sistema Ciao	130
13.2.3	O sistema FLOPER	130
13.2.4	O sistema Bousi~Prolog	131
13.3	CLIPS e FuzzyCLIPS	132
13.4	FuzzyJ	138
	Referências Bibliográficas	141
	Índice Remissivo	149

Lista de Figuras

1.1	A Terra fotografada pela Apollo XVII (cortesia NASA Johnson Space Center)	1
1.2	Tipos de incerteza (Klir e Yuan, 1995)	5
2.1	Diagrama de Venn do conjunto $\{0,1,2,3,4\}$	8
2.2	Função característica do conjunto $\{x (x \in \mathbb{R}) \wedge (1 \leq x \leq 5)\}$	9
2.3	$A \cap B$	9
2.4	$A \cup B$	9
2.5	A negação de um conjunto A , \bar{A} , em relação ao seu conjunto universo U	10
2.6	Velocidades de um carro definidas como termos linguísticos fuzzy	12
2.7	Velocidades de um carro definidas como conceitos nítidos	12
2.8	Função referente a Equação 2.12, que pode representar os números reais próximos de 10.	13
2.9	Velocidades do trânsito definidas como termos linguísticos, com as áreas de nebulosidade marcadas	14
2.10	Gráficos para dois operadores possíveis para a interseção.	15
2.11	Gráficos para dois operadores possíveis para a união.	16
2.12	Funções lineares $1 - x/a$ e x/a , segundo a Eq. 2.35.	18
2.13	Função linear segundo a Eq. 2.36.	18
2.14	Função linear segundo a Eq. 2.37.	19
2.15	Função S segundo a Eq. 2.38.	19
2.16	Função $e^{-b(x-a)^2}$	19
2.17	Função $\frac{1}{1+a(x-b)^2}$	19
2.18	Exemplos de concentrador, $\mu_{\bar{A}}(x)^2$, e dilação, $\sqrt{\mu_{\bar{A}}(x)}$	20
2.19	Exemplo de cortes- α , onde as linhas horizontais indicam os valores do eixo das abscissas que pertencem ao conjunto nítido correspondente	21
2.20	Função de pertinência para o termo linguístico “jovem”, calculado pelo método horizontal com os dados da Tabela 2.1	23
2.21	Função de pertinência para o termo linguístico “adolescente”, calculado pelo método vertical com os dados da Tabela 2.2	24
2.22	A interpretação geométrica dos quatro conjuntos nítidos que podem ser criados a partir do conjunto $\{\alpha, \beta\}$ (Kosko, 1992)	25

2.23	A interpretação geométrica do conjunto fuzzy $\tilde{A} = \frac{0,7}{\alpha} + \frac{0,5}{\beta}$ (Kosko, 1992)	26
2.24	A interpretação geométrica do conjunto fuzzy $\tilde{A} = \frac{0,3}{\alpha} + \frac{0,6}{\beta}$, mostrando que a união e a interseção com o complemento não seguem as mesmas regras dos conjuntos nítidos (Kosko, 1992)	26
2.25	Resultado do Programa 2.1	30
2.26	Resultado do Programa 2.2	30
2.27	O conjunto \tilde{A} dos números perto de 7 ou 20	31
2.28	Representação dos cortes- α do conjunto \tilde{A} dos números perto de 7 ou 20	31
2.29	Exemplo de uma lista de listas que serve como estrutura de dados baseada em cortes- α para o conjunto fuzzy “perto de 7 ou 20”	32
3.1	Exemplo de um VU meter	33
3.2	O número fuzzy gaussiano $\tilde{p} = gfn(4,1,2)$	35
3.3	O número triangular fuzzy $\tilde{x} = (3,4,6)$	36
3.4	Números fuzzy usados no Programa 3.1	39
3.5	Soma dos números fuzzy usados no Programa 3.1	41
3.6	Subtração dos números fuzzy usados no Programa 3.1	41
3.7	Multiplicação dos números fuzzy usados no Programa 3.1. Note que há alguns erros, a função devia ser contínua e convexa, sem zeros no seu interior, isto significa que há algum problema na implementação de fuzzy_mult	43
3.8	Soma dos números fuzzy usados no Programa 3.2	43
3.9	Subtração dos números fuzzy usados no Programa 3.2	43
3.10	Multiplicação dos números fuzzy usados no Programa 3.2.	44
3.11	Gráfico com a divisão dos números fuzzy usados no Programa 3.2.	44
4.1	Gráfico da função e , gerado pelo Programa 4.1.	53
4.2	Gráfico da função ou , gerado pelo Programa 4.1. Não é mantida a convexidade.	53
4.3	Gráfico da função de negação , gerado pelo Programa 4.1. Não é mantida a convexidade.	53
4.4	Gráfico da função modus_ponens , gerado pelo Programa 4.2.	54
5.1	Sistema de controle fuzzy	56
5.2	Regras fuzzy funcionam como especificação de pedaços das funções sendo agregadas (Cox, 1995)	57
5.3	Duas regras ativadas simultaneamente de um conjunto de regras, a partir de uma entrada x , são agregadas e uma função de defuzzificação, como o centroide, é usada para determinar y	58
5.4	Tela principal do Fuzzy Logic Designer	59
5.5	O Membership Function Editor	60
5.6	O Rules Editor	61
5.7	O Rule Viewer	62
5.8	O Surface Viewer	63
5.9	Velocidades de um carro definidas como termos linguísticos fuzzy	63
5.10	Funções de pertinências para os termos linguísticos de velocidade	64
5.11	Funções de pertinências para os termos linguísticos de distância	64
5.12	Funções de pertinências para os termos linguísticos de porcentagem de uso do freio	65
5.13	As regras a serem usadas no exemplo, como vistas no Matlab	66
5.14	Representação de um sistema de controle fuzzy com 4 entradas, adaptado de (Phillips, Karr e G. W. Walker, 1997).	66

5.15	Um sistema com 4 entradas pode ser convertido em três sistemas com duas entradas em cascata, segundo (Phillips, Karr e G. W. Walker, 1997).	67
5.16	Funções de pertinência para serviço	68
5.17	Funções de pertinência para comida	68
5.18	Funções de pertinência para gorjeta	69
6.1	Classes de interseções, uniões e médias de conjuntos fuzzy segundo as Equações 6.15, 6.16 e 6.17 (Belohlavek e Klir, 2011)	77
7.1	Modelo de Qualidade ISO-25010, Qualidade de Produto de Sistemas de Software	83
7.2	Modelo de Qualidade em Uso ISO-25010,	84
7.3	Modelo Fuzzy de Qualidade Rocha (Belchior, 1997)	85
10.1	Modelo abstrato de uma relação como uma tabela	100
10.2	Um exemplo bastante pequeno de Banco de Dados Relacional	100
10.3	O mapeamento fuzzy em CLOUDS, adaptado de (Braga, 1998)	103
10.4	A arquitetura de CLOUDS, adaptada de (Braga, 1998)	104
10.5	Resultado da terceira consulta, de (Braga, 1998).	107
11.1	Exemplo de predefinição dos termos linguísticos para o método de Wang e Mendel (L. Wang e Mendel, 1992)	112
11.2	Termos Linguísticos da input 1	116
11.3	Termos Linguísticos da input 2	116
11.4	Termos Linguísticos da output, com um exemplo de cálculo de saída	117
11.5	Gráfico do valor real vs. o valor previsto	117
11.6	Funções de pertinências atendendo ao modelo de W.-J. Wang, Yen e Sun (2003).	121
11.7	Resultado do programa 11.2	124
13.1	Uma execução simples em Prolog.	129
13.2	O menu de FLOPER	132
13.3	A interface do Bousi	133
13.4	Execução do Programa 13.5	137
13.5	Execução do Programa 13.8	139

Lista de Tabelas

2.1	Exemplo de uso do método horizontal com 10 pesquisadores respondendo se a idade de uma pessoa é compatível com o conceito jovem	23
2.2	Exemplo de uso do método vertical respondendo se a idade de uma pessoa é compatível com o conceito “adolescente”	24
2.3	Somando $\tilde{3} + \tilde{2}$ usando o princípio da extensão de Zadeh	28
2.4	Namespaces do Sci-Kit Fuzzy(Team, 2018)	31
3.1	Resultado das operações com os números fuzzy $\tilde{x} = (1,2,3)$ e $\tilde{y} = (2,3,5)$	38
4.1	Tabela verdade da conjunção (e)	46
4.2	Tabela verdade da disjunção (ou)	46
4.3	Tabela verdade da negação	46
4.4	Tabela verdade da implicação	47
4.5	Tabela verdade da equivalência	47
4.6	Tabela verdade para $A \Rightarrow B = \bar{A} \vee B$ da implicação	47
4.7	O operador “equivale” para a lógica trivalorada de Łukasiewicz	48
4.8	O operador “implica” para a lógica trivalorada de Łukasiewicz	48
4.9	A negação para a lógica trivalorada de Łukasiewicz	48
4.10	O operador “ou” para a lógica trivalorada de Łukasiewicz	49
4.11	O operador “e” para a lógica trivalorada de Łukasiewicz	49
4.12	$p \vee \neg p$ não é uma tautologia na Lógica Trivalorada	49
4.13	Alguns operadores adicionais possíveis para conjunção e disjunção na Lógica Fuzzy (Klir e Yuan, 1995)	50
4.14	Várias funções que podem ser usadas para calcular a implicação fuzzy (Klir e Yuan, 1995)	50
5.1	Regras do sistema exemplo em formato tabular	57
6.1	Operadores mais comuns na Lógica Fuzzy (Klir e Yuan, 1995)	76

8.1	Problema de ordenação (Ross, 2016), indicando a preferência de um elemento indicado pela linha sobre o elemento indicado pela coluna.	88
8.2	Solução do problema de ordenação (Ross, 2016), mostrando os graus de preferência relativa e a solução final, o valor de preferência sobre todos os outros, na última coluna.	88
8.3	Terceiro operador proposto por Cosenza (Torraca, 2005)	91
8.4	Quarto operador proposto por Cosenza (Torraca, 2005)	91
8.5	Quinto operador proposto por Cosenza (Torraca, 2005)	92
8.6	Unificando C e C^* em Γ	92
10.1	Exemplo de uma tabela de preços de produto.	100
11.1	População inicial do exemplo de otimização da função $f(x) = x^2$, já com a avaliação feita. . .	118
11.2	Aplicação da recombinação nos parentes selecionados.	119
11.3	Novos indivíduos e o que acontece após a mutação.	119
11.4	Exemplo de tabela de regras gerada aleatoriamente para iniciar um AG.	120
11.5	Pontos usados no exemplo	122
11.6	Graus de pertinência	122
12.1	Tabela do operador \otimes em (Torraca, 2005)	126

Lista de Programas

2.1	Um programa simples em SciKit-Fuzzy	29
2.2	Exemplo de algumas funções de pertinência disponíveis na Scikit-Fuzzy	29
3.1	Realizando operações aritméticas em SciKit-Fuzzy	40
3.2	Realizando operações aritméticas em SciKit-Fuzzy com o algoritmo DSW(Dong, Shah e Wongt, 1985)	42
4.1	Realizando operações lógicas em SciKit-Fuzzy	52
4.2	Realizando o modus ponens em SciKit-Fuzzy	54
5.1	Arquivo .FIS do exemplo	62
5.2	Início do programa que calcula o percentual de gorjeta em FCL, com as criações das variáveis (Cingolani e Alcalá-Fdez, 2013)	67
5.3	Especificação dos termos linguísticos de entrada para serviço em FCL (Cingolani e Alcalá-Fdez, 2013)	68
5.4	Especificação dos termos linguísticos de entrada para comida em FCL (Cingolani e Alcalá-Fdez, 2013)	68
5.5	Especificação do termo linguístico de saída e da regra de defuzzificação, além de um resultado default (Cingolani e Alcalá-Fdez, 2013)	69
5.6	Especificação das regras e das funções usadas na sua resolução numérica, e fim do programa (Cingolani e Alcalá-Fdez, 2013)	69
5.7	Programa simples de controle fuzzy para o M68HC12 (Freescale Semiconductor, 2006)	71
10.1	Comandos em SQL para criar as tabelas da Figura 10.2	101
10.2	Sentença em SQL que recupera todas as avaliações de João sobre terrenos pantanosos	101
10.3	Definição das tabelas usadas na base original	103
10.4	Definição das variáveis linguísticas usadas	105
10.5	Definição das variáveis solução	105
10.6	Definição dos Termos Linguísticos, independentes de domínio	105
10.7	Definição e associação dos modificadores (hedges).	105
10.8	Associação dos Termos Linguísticos a Variáveis Linguísticas	105
10.9	Definição de regras ativas para variável solução	105
10.10	Consulta sobre os dados, exportando para um mapa.	106

10.11	Consulta mais complexa sobre os dados.	106
10.12	Terceira consulta, cujo resultado está em 10.5.	106
10.13	Criação de um modelo na linguagem de macros de CLOUDS.	107
10.14	Criação de um espaço de soluções na linguagem de macros de CLOUDS.	109
10.15	Gerando as saídas na linguagem de macro de CLOUDS.	110
11.1	Implementação simples do método de Wang e Mendel (L. Wang e Mendel, 1992)	113
11.2	Um programa exemplo usando o algoritmo Fuzzy C-Means em Octave, baseado no manual . . .	123
13.1	Um programa para calcular relações familiares	128
13.2	O uso mínimo de Lógica Fuzzy em um programa Prolog comum	130
13.3	Um programa para calcular a possibilidade de usar um número grande de sapato, adaptado da documentação (Hermenegildo et al., 2012).	130
13.4	Um programa simples em FLOPER (Morcillo e Moreno, 2008).	131
13.5	Um programa simples em Bousi~Prolog(Julián-Iranzo, Rubio-Manzano e Gallardo-Casero, 2008).134	134
13.9	Procurando pessoas muito altas em Fuzzy Clips	134
13.6	Um programa de escolha de apartamentos em Bousi~Prolog (Julián-Iranzo, Rubio-Manzano e Gallardo-Casero, 2008).	135
13.7	Um exemplo usando os fatores de confiança	136
13.8	Desenhando funções de pertinência em FuzzyClips	136
13.10	Exemplo em FuzzyJ, adaptado de (R. Orchard, 2001).	138

Lista de Algoritmos

3.1	Algoritmo DSW, adaptado de (Dong, Shah e Wongt, 1985)	38
11.1	Algoritmo genético básico.	118